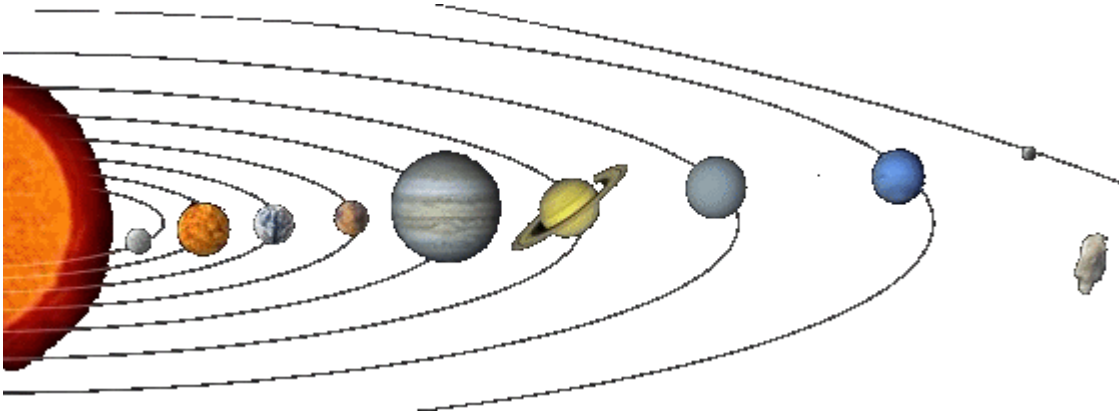
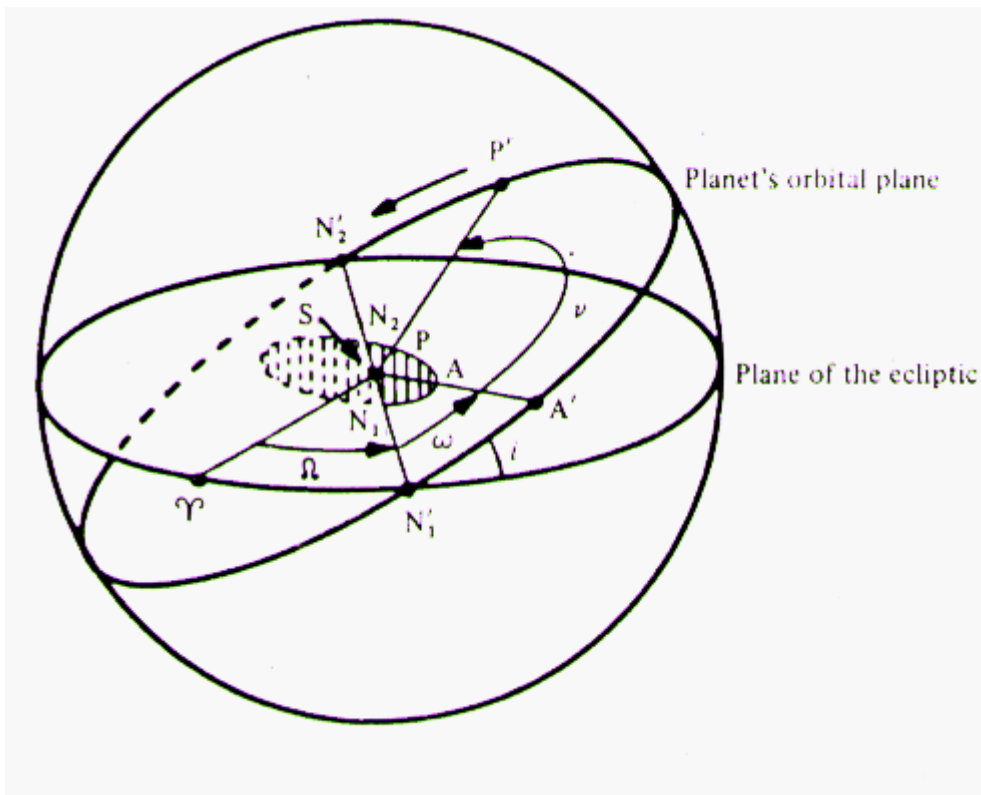


The planets



만약에 한번이라도, 하늘에 떠있는 아주 밝은 별이, 우리와 같은 태양계 내에 있는 금성·화성 혹은 목성이라는 사실을 알게 된다면, 그는 그 감동을 아마 평생 잊을 수 없을 것이다. 이 장에서는 행성과 혜성, 그리고 쌍성의 위치 계산 법을 다룬다.

우리 태양계에 있는 모든 행성들은 태양을 한 초점으로 타원 궤도를 돌고 있다. 우리는 태양-지구 궤도를 어떻게 계산하는가를 이미 공부했다. 그것은 황도면 상에서 이루어지는 것이기 때문에 아주 간단하다. 황경은 항상 0이고, 기준 방향인 승교점의 위치는 궤도면 상에 있었다. 그러나 다른 행성의 경우에는 궤도면이 정확히 황도면이 아니라 약간 각도를 이루고 있다. 아래 그림은 그것을 과장하여 그린 것이다.



태양, S는 그림에서 중심에 위치하고 있으며, 행성은 태양 주위를 돌고 있다. 행성의 궤도는 빗금친 타원 N_1AP 이다. 근일점이 A로 표시되어 있고, 행성의 현재 위치는 P로 표시되어 있다. 황도면 위에 있는 궤도는 실선으로 표시되었고, 황도면 아래에 있는 궤도는 점선으로 표시되었다.

행성은 화살표 방향으로 움직인다. N_1 은 행성이 황도면 위로 올라오는 점이며, 이것을 승교점이라고 부른다. N_2 는

황도면 아래로 내려가는 점이며, 강교점이라고 부른다. 궤도면 내에서의 각도들은 승교점을 기준으로 하여 계산된다. 근일점이 ω 의 각도를 이루고 있고, 행성의 현재 위치는 $\omega + v$ 이다.

우리의 계산은 세단계에 걸쳐 진행된다. 첫번째 단계는 행성의 위치를 자신의 궤도 상에서 계산하는 것이고, 그것은 우리가 태양-지구 궤도에 대해서 했던 것과 같은 것이다. 두 번째 단계는 행성의 계산된 위치를 태양을 기준으로 한 황도면상에 투영하여 일심 황경과 일심 황위를 계산하는 것이다. 세 번째 단계는 좌표계의 중심을 태양으로부터 지구로 변환하여 황경과 황위를 얻는 것이다. 이 방법은 좌표계를 논의할 때 이미 기술하였다.

우리의 기준을 1990.0으로 잡는다. 그 날로부터 떨어진 날의 수를 D 라고 하면, mean anomaly, M 은 다음 공식으로부터 구할 수 있다.

$$M = \frac{360}{365.242191} \times \frac{D}{T_p} + \epsilon - \omega$$

여기서 T_p 는 행성의 tropical year를 말하며, ϵ 은 원기에서의 행성의 평균 경도, ω 는 원기에서의 근일점의 경도를 말한다. $\epsilon - \omega$ 는 원기에서의 행성의 mean anomaly를 말한다. mean anomaly는 원궤도상을 일정한 속도로 회전하는 가상의 천체에 대한 것이다. 우리가 실제로 원하는 것은 true anomaly, v 이다. 우리는 다음 방정식을 사용하여 M 으로부터 v 를 구할 수 있다.

$$v = M + e \sin M$$

여기서 e 는 행성 궤도의 이심률을 나타낸다.

태양에 관해 계산할 때와 마찬가지로, 이 공식은 근사식이다. 보다 정밀한 값을 얻기 위해서는 케플러의 방정식을 풀어야 한다.

다음 단계는 황경 l 을 구하는 것이다. 이것은 간단히 다음 계산으로 구해진다.

$$l = v + \omega$$

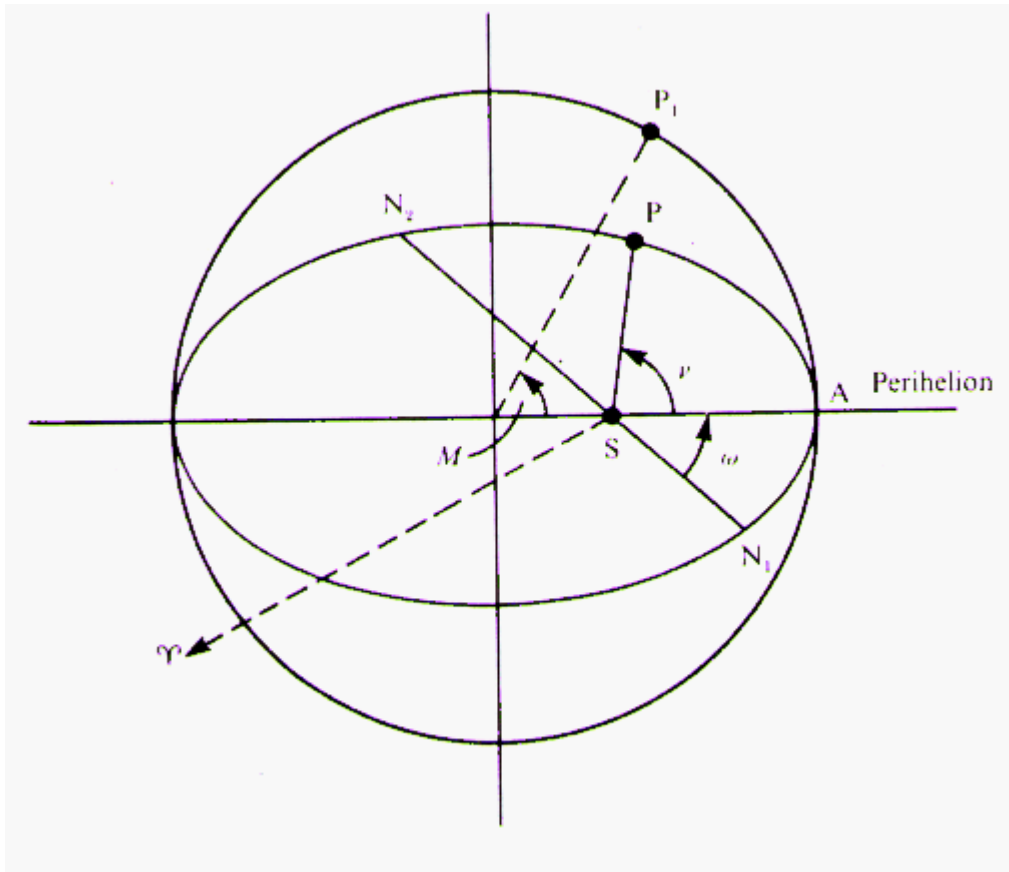
위의 식은 근사식이다. 정확한 식은 다음이다.

$$l = \frac{360}{365.242191} \times \frac{D}{T_p} + \frac{360}{\pi} e \sin \left(\frac{360}{365.242191} \times \frac{D}{T_p} + \epsilon - \omega \right) + \epsilon$$

우리는 또한 반경 벡터 r 을 필요로 한다.

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

여기서 a 는 그 궤도의 장반경이다.



위의 계산은 지구에 대해서도 행해져야 한다. 앞으로 우리는 행성에 대한 것을 소문자로, 지구에 대한 것을 대문자로 나타내겠다.

자, 우리는 아래 그림에서 l , r , L , R 을 구했다. 이제 행성의 일심 황경을 구해보자.

$$\sin \psi = \sin (l - \Omega) \sin i$$

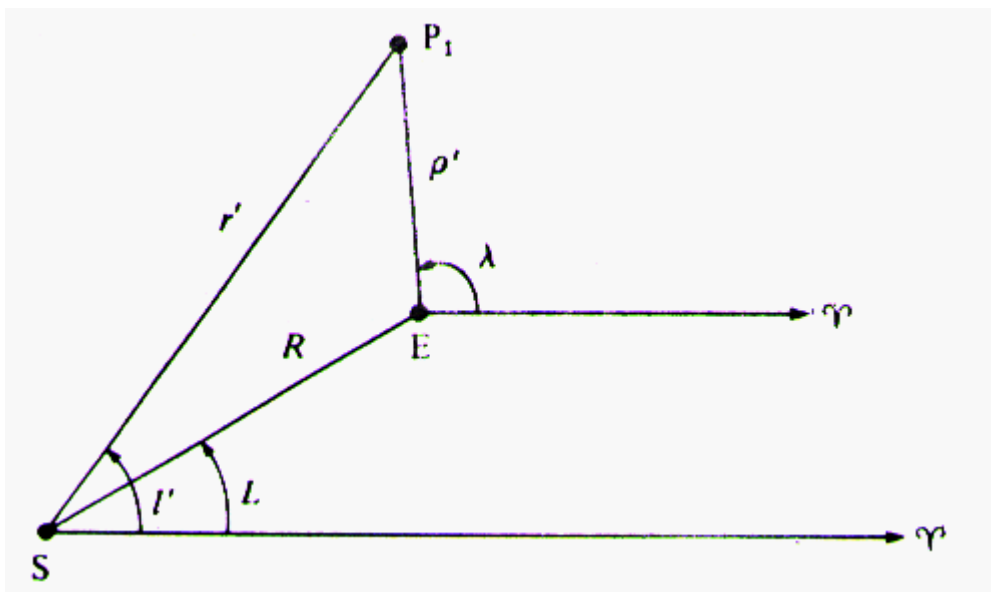
여기서 i 는 행성의 궤도경사각, Ω 는 승교점의 경도이다. 지구의 일심 황경은 당연히 0이다.

이제 우리는 일심 황위와 거리를 구해야 한다. 그 공식은 다음과 같다.

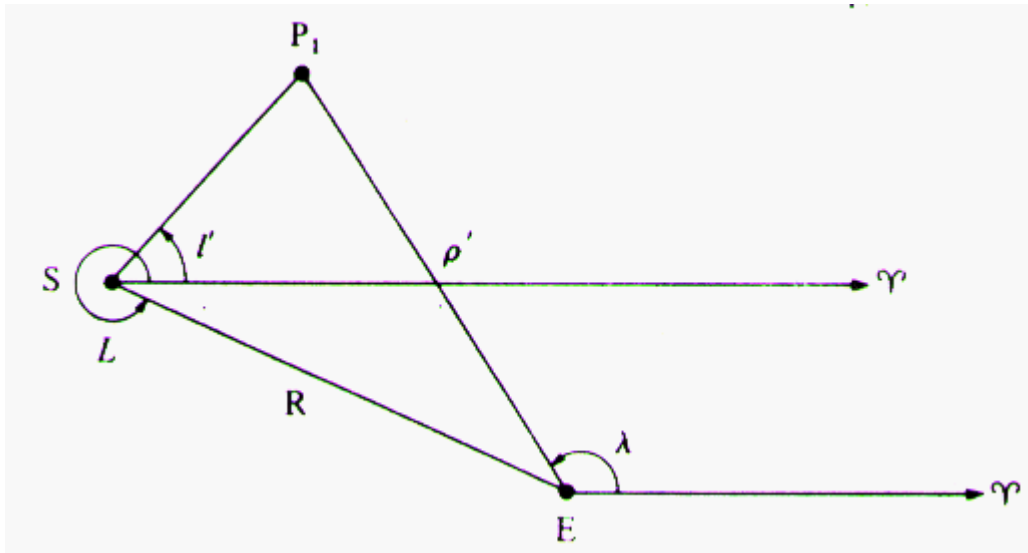
$$l' = \tan^{-1}(\tan (l - \Omega) \cos i) + \Omega$$

마지막 단계는 행성의 지심황위와 황경을 구하는 것이다. 아래 그림이 그에 대한 설명을 해 준다.

외행성에 대해



내행성에 대해

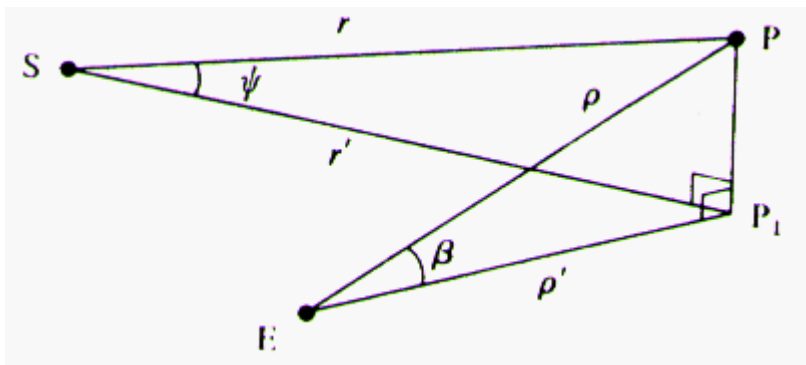


지면은 황도를 나타낸다. S는 태양을, E는 지구를, P1은 황도상에 투영된 행성을 나타낸다. 간단한 기하학적 계산을 하면, 우리는 다음을 얻는다.

외행성의 경우:
$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{R \sin(l' - L)}{r' - R \cos(l' - L)} \right) + l'$$

내행성의 경우:
$$\lambda = 180 + L + \tan^{-1} \left(\frac{r' \sin(L - l')}{R - r' \cos(L - l')} \right)$$

아래 그림은 지심 황위를 계산하는 방법을 말해준다. 다시 한번 간단한 기하학적 계산을 하면



$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{r' \tan \psi \sin(\lambda - l')}{R \sin(l' - L)} \right)$$

이전에 언급한 행성의 위치 계산법은 상당히 정확하지만, 매우 긴 계산을 요구한다. 아마추어 천문학자들은 대개 그들이 어디에서 그 행성을 찾을 수 있을지, 대략적인 위치만을 필요로 할 때가 있다. 그 경우, 행성의 궤도를 황도상에 위치한 원 궤도로 가정해도 거의 상관 없다. 이것은 계산을 아주 간단하게 해 준다.

일심 황경, l은 다음과 같다.

$$l = \frac{360}{365.242191} \times \frac{D}{T_p} + \epsilon$$

L을 구하기 위해 우리는 이 계산을 지구에 대해서도 해야 한다.

원궤도를 가정하였기 때문에, $r = a$ 이다.

행성이 황도 상에 위치한다고 가정했기 때문에, 일심 황위는 0이다.

내행성에 대해서: $\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(l-L)}{a - \cos(l-L)} \right) + l$

외행성에 대해서: $\lambda = 180 + L + \tan^{-1} \left(\frac{a \sin(L-l)}{1 - a \cos(L-l)} \right)$

이것이 지심 황경이다. 행성의 지심 황위는 0이다.

행성의 좌표를 결정하는 과정에서, 우리는 그 행성의 움직임은 전적으로 태양의 중력장에만 영향을 받는다고 가정하였다. 이것은 상당한 정밀도까지는 사실이다. 그러나 그 이상의 정밀도를 위해서는, 섭동의 효과를 고려해야 한다. 특히 목성과 토성 궤도의 섭동의 효과는 거의 경도에 있어서 1도나 된다. 일반적인 방법은 행성의 궤도를 계산하는 각 단계에서 몇몇 보정들을 하는 것이다. 여기에서, 우리는 가장 중요한 요소만을 고려할 것이고, 보정된 값은 0.04도 범위내에서 정확할 것이다.

우리는 먼저 1900년 1월 0.5일로부터 지난 율리우스 세기를 계산해야 한다.

$$T = \frac{JD - 2415020.0}{36525}$$

다음으로 우리는 다음 값들을 계산한다.

$$A = \frac{T}{5} + 0.5$$

$$P = 237.47555 + 3034.9061T$$

$$Q = 265.91650 + 1222.1139T$$

$$V = 5Q - 2P$$

$$B = Q - P$$

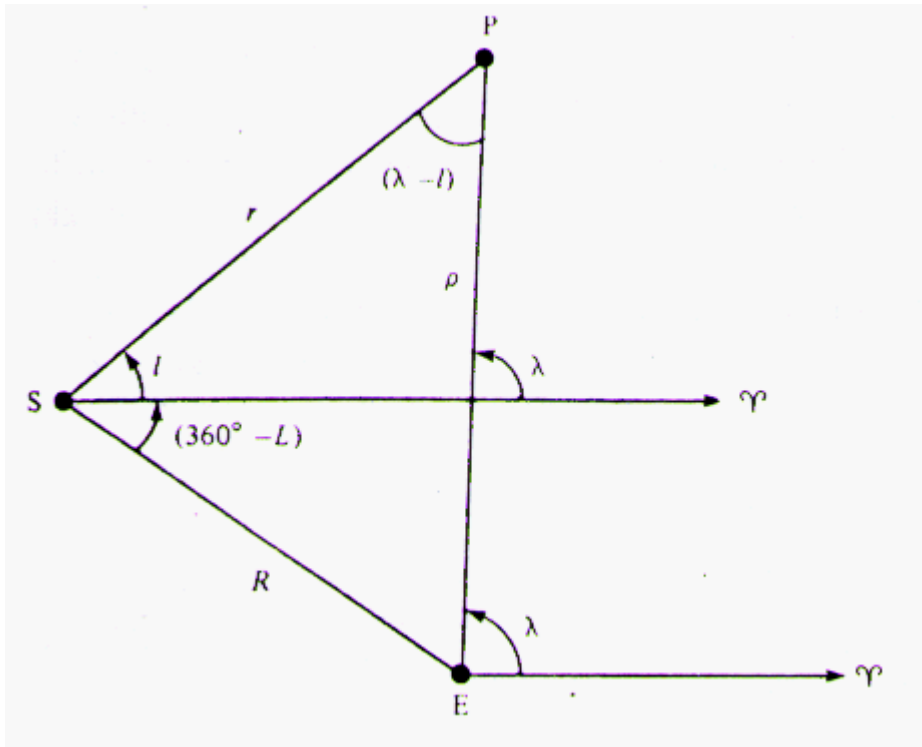
그리하여 목성과 토성의 경도는 다음과 같이 바뀐다.

$$\text{목성: } \Delta l = (0.3314 - 0.0103A) \sin V - 0.0644A \cos V$$

$$\text{토성: } \Delta l = (0.1609A - 0.0105) \cos V + (0.0182A - 0.8142) \sin V - 0.1488 \sin B - 0.0408 \sin 2B + 0.0856 \sin B \cos Q + 0.0813 \cos B \sin Q$$

,

앞에서 우리가 행성의 위치를 결정하기 위해, 우리는 태양으로부터 행성까지의 거리 r과 지구까지의 거리 R을 구했다. 우리는 일심 황경 l, L과 함께 이 값들을 이용하여 행성으로부터 지구까지의 거리 ρ를 쉽게 구할 수 있다.



공식은 다음과 같다.

$$\rho^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos(l - L)$$

여기서 우리는 행성의 일심 황위를 0으로 가정하였다. 정확한 공식은 다음과 같다.

$$\rho^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos(l - L) \cos \psi$$

ρ 가 결정되면, 광속으로 이동했을 때 걸리는 시간 τ 를 쉽게 구할 수 있다.

$$\tau = 0.1386 \rho \text{ 시간}$$

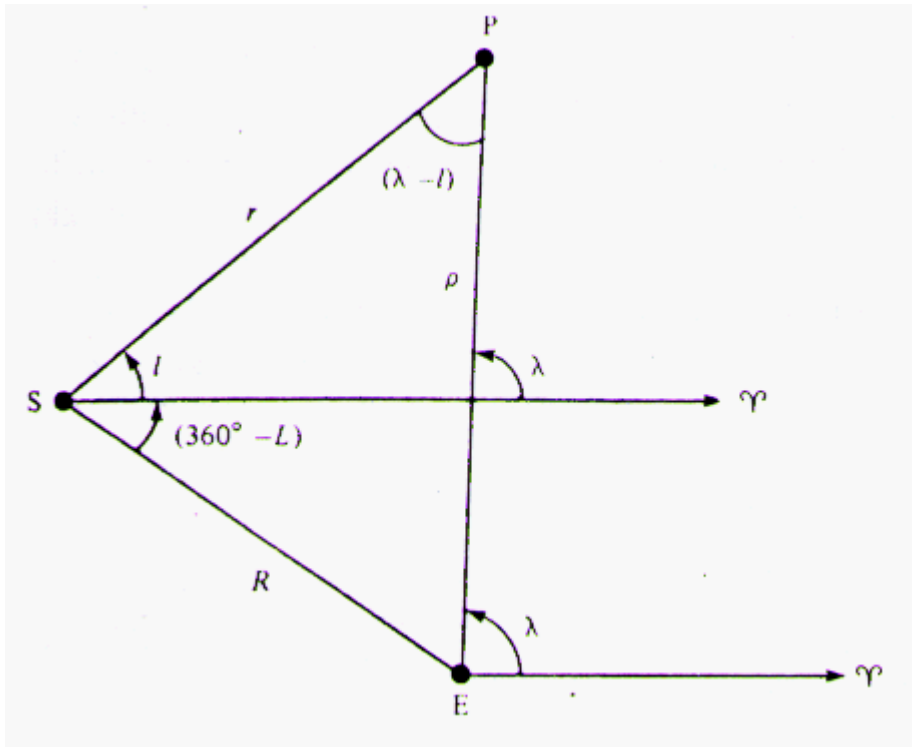
여기서 ρ 는 AU로 표현되어야 한다.

우리는 또한 각지름 θ 를 쉽게 구할 수 있다.

$$\theta = \frac{\theta_0}{\rho}$$

지구에서 보았을 때, 우리가 볼 수 있는 부분의 비율을 위상이라고 한다.

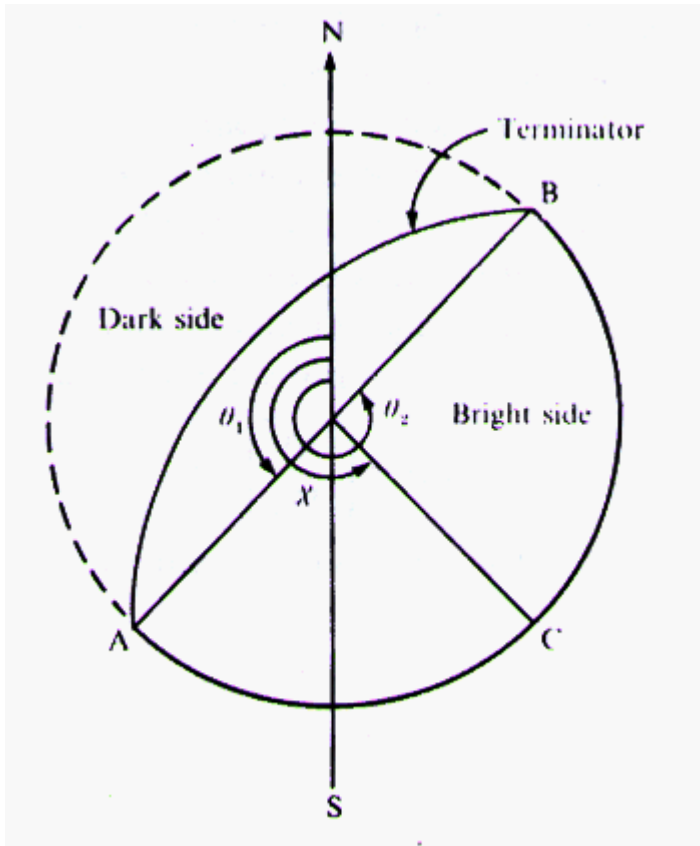
아래 그림에서 행성에서 측정한 지구의 태양 이각이 $\lambda - l$ 이므로



위상은 $F = 0.5(1 + \cos \alpha)$ 이다. F 는 항상 0에서 1까지의 범위를 갖는다. 만일 F 가 0이면, 행성의 모든 부분이 어둡게 되고, $F=1$ 이면, 지구를 향한 모든 부분이 밝게 된다.(이러한 일은 내행성에서만 있을 수 있다)

아래 그림은 위상이 0.7 정도인 행성의 전체 모습을 보여준다. 빛금친 부분은 보여지지 않는 부분이다. NS는 지구의 축과 평행한 선이고, terminator는 낮과 밤을 가르는 선이다.

위치각은 북에서부터 반시계방향으로 측정된다. 그러므로 A와 B점의 위치각은 각각 θ_1 과 θ_2 이다. 점 C는 직선 A와 B의 수직 이등분선이 행성의 disk와 교차하는 점이다. 점 C의 위치각을 행성의 밝은 부분의 위치각이라 하고 χ 로 나타낸다.



만일 행성의 적경 적위와 태양의 적경 적위가 계산되어 있다면, χ 는 쉽게 구할 수 있다.

$$\tan \chi = \frac{\cos \delta_{\odot} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha)}{\cos \delta \sin \delta_{\odot} - \sin \delta \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)}$$

가

행성의 가시등급은 다음과 같이 계산된다.

$$m = 5 \log_{10} \left[\frac{r \rho}{\sqrt{F}} \right] + V_0$$

여기서 r 과 ρ 는 AU로 계산된다.