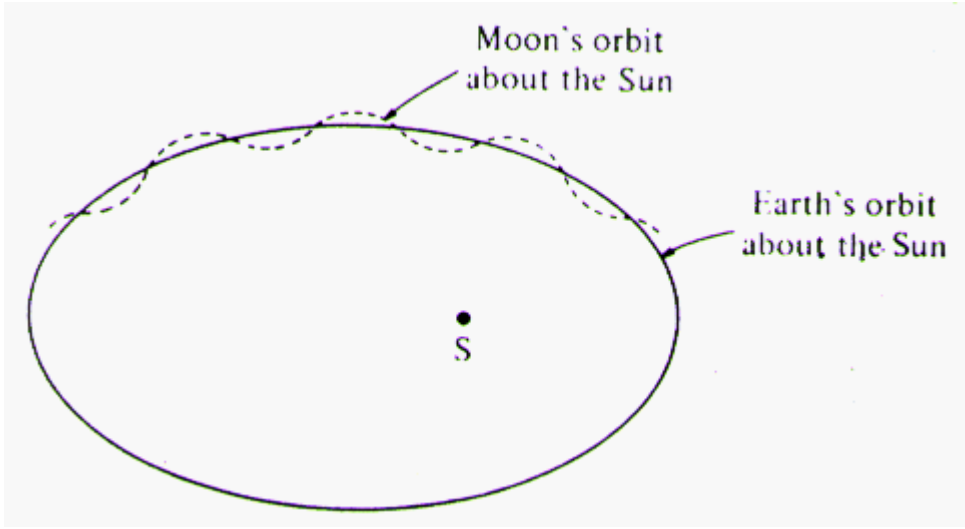
달 The Moon

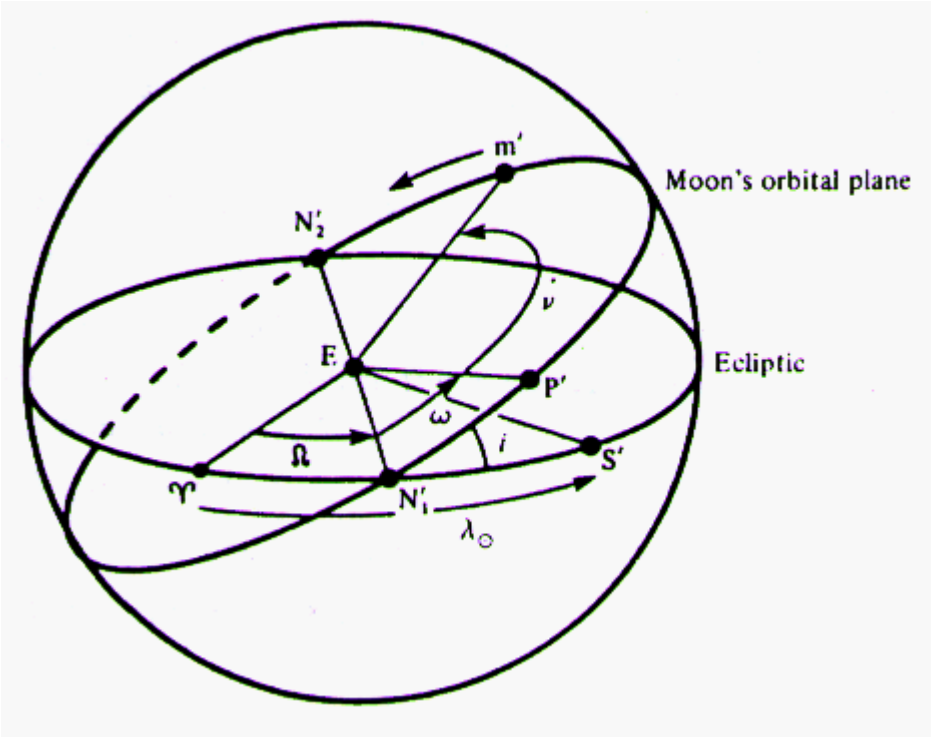
당신이 얼핏 생각해도 달의 위치 계산이 지금까지 해 온 것 중 가장 어려울 것 같지 않은가???

달의 궤도

지구에 묶여 있는 관측자에게, 달은 지구 주변을 돌고 있는 것 처럼 보인다. 이 별을 배경으로 했을 때 이 회전에는 27.3217일이 걸린다. 이것을 항성월(sidreal month)이라고 부른다. 이 시간 동안에도 지구는 태양을 중심으로 회전을 하기 때문에, 달은 지구를 따라 태양 주변을 돌아야 하며, 시간이 좀 더 걸리게 된다. 태양을 기준으로 달이 같은 위치에 오기까지 걸리는 시간을 synodic month라고 하며, 29.5306일이 된다.



태양이 달의 궤도에 영향을 미치는 세가지 요인이 있는데, 첫째는 evection으로 달 궤도의 이심률이 조금씩 변한다. 둘째는 지구의 궤도가 타원이기 때문에 지구-태양간의 거리가 변한다는 것이고, 셋째는 달 또한 태양의 중력장 안에 들어있다는 것이다. 이들 각각은 달의 mean anomaly에 9도 가량의 영향을 줄 수 있다. 그러므로 이것들은 반드시 보정되어야 한다. 우리는 달의 위치에 대해서 여섯가지 보정을 할 것이고, 12분 이상의 정밀도로 계산할 것이다. 우리의 계산을 위해, 태양과 달이 모두 지구를 중심으로 돈다고 가정해 보자.



중심에 있는 E가 이구이고, 태양의 궤도와 달의 궤도가 구면상에 투영되어있다. S'이 태양의 투영이고, 이것의 경도인 γES'가 λ⊙
로 표시되어 있다. 달의 궤도는 황도에 i만큼 기울어 있다. N'1
과 N'2
가 승교점과 강교점이다. m'이 달의 투영이고, P'이 달의 근지점이다. 승교점의 경도는 Ω이고, 근지점의 경도는 Ω+ω이다. 달의 true anomaly는 ν이다.
위에 언급된 섭동의 두가지 주된 효과가 있다. 첫번째는 달의 근지점이 8.85년을 주기로 완전히 한바퀴씩 회전한다는 것이고, 두번째는 선분 N'1
N'2
이 황도상을 역회전하여 18.61년을 주기로 돈다는 것이다.
달이 승교점으로 돌아올 때까지의 시간을 draconic month 혹은, nodal month라고 하며 27.2122일이 걸린다.

달의 위치 계산

달의 위치를 계산하는 방법은 행성의 위치를 계산하는 방법과 매우 유사하다. 그러나 (1)모든 step에서 보정을 해야하고, (2)승교점과 근지점의 경도가 고정된 값이 아니라는 점이 다르다. 우리는 먼저 지구 주변의 원궤도를 일정한 속도로 도는 가상적인 달의 mean anomaly, Mm를 구한다. 그런 다음 황도상에서의 위도와 경도를 구한다.
우리는 1990년 1월 0.0일을 시작점으로 한다. 먼저 이 날로부터의 날수 D를 구하고, 다음 계산을 한다.
(1) 태양의 황경과 mean anomaly를 구한다.
(2) 달의 평균 경도 l은 다음과 같이 주어진다. $l = 13.1763966D + l_0$
(3) 달의 mean anomaly Mm
은 다음과 같이 주어진다. $M_m = l - 0.1114041D - P_0$
(4) 승교점의 평균 경도 N은 다음과 같이 주어진다. $N = N_0 - 0.0529539D$
다음으로, 우리는 evection Ev
와, anual equation Ae, third correction A3에 대한 보정을 한다.
$E_c = 1.2739 \sin(2C - M_m)$
$A_e = 0.1858 \sin(M_\odot)$

$A_3 = 0.37 \sin(M_\odot)$

여기서 $C = l - \lambda_\odot$이다. 달의 corrected anomaly M'm은 다음과 같다.

$M'_m = M_m + E_v - A_e - A_3$

또다른 보정이 필요하다.

$A_4 = 0.214 sin(2M'_m)$

그러면 우리는 달의 실제 궤도 경도 l''을 구할 수 있다.

$l'' = l' + V$

여기서 N'는 보정된 승교점의 경도이다.

$N' = N - 0.16 \sin(M_\odot)$

달의 시간별 움직임 The Moon's hourly motion

달의 위치 계산은 매우 긴 계산이고, 실수 없이 하기 위해서는 집중을 요한다. 그러나 하루 동안의 몇 시간 동안에는 그 계산을 반복하는 것보다 시간당 달의 움직임을 계산하는 것이 편하다. 그 공식이 다음에 있다.

$\Delta\beta = 0.05 \cos(l'' - N')$도/h

Δβ는 황위상에서의 움직임, Δλ는 황경상에서의 움직임이다.

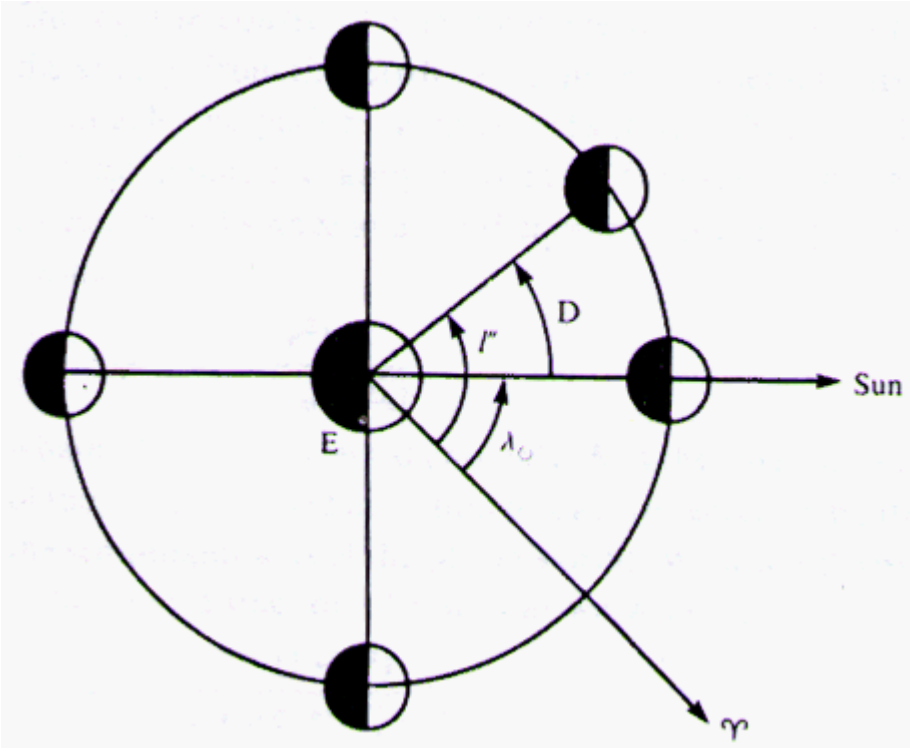
달의 위상

달의 나이라고 불리우는 숫자가 있다. 이것은 달이 그믐으로부터 몇 일 지났는가를 나타내며 다음 공식으로부터 계산된다.

$D = l'' - \lambda_\odot$

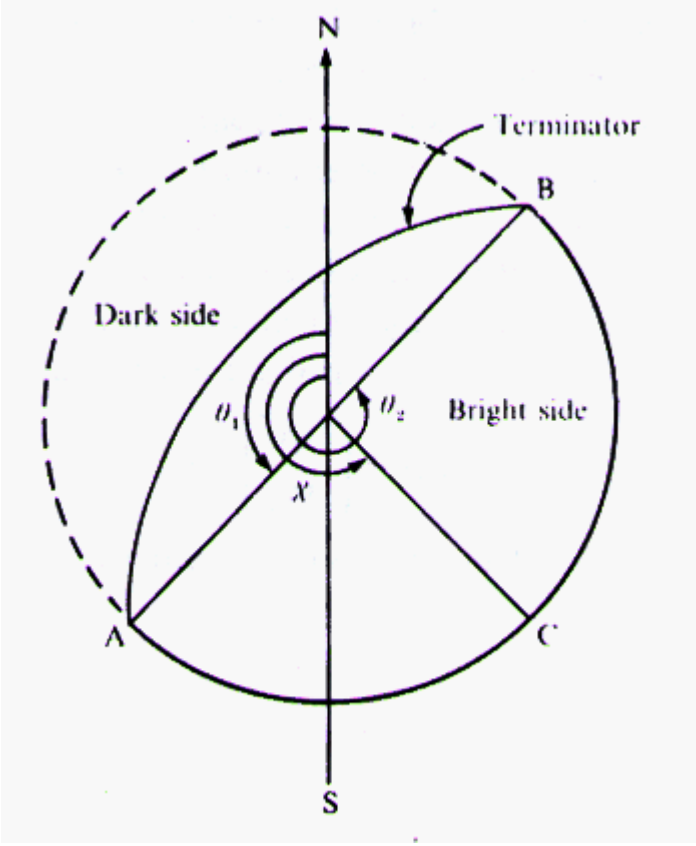
이로부터 달의 위상이 계산될 수 있다.

$F = 0.5 \cdot (1 - \cos D)$



달의 밝은 부분의 위치각

χ는 북극으로부터 측정된 빛을 받는 부분의 중심축까지 동쪽으로 측정된 각을 의미한다.



이것은 다음과 같이 주어진다.

$$\tan\chi = \frac{\cos\delta_\odot \sin(\alpha_\odot - \alpha_m)}{\cos\delta_m \sin\delta_\odot - \sin\delta_m \cos\delta_\odot \cos(\alpha_\odot - \alpha_m)}$$

달의 거리, 각크기, 지평시차

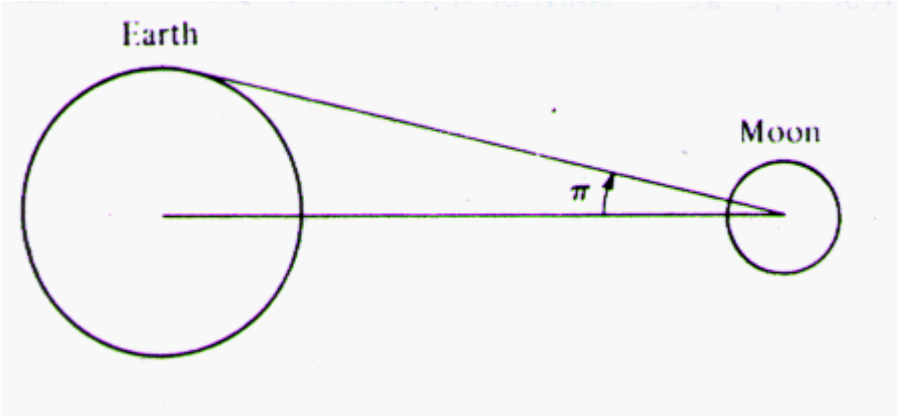
달까지의 거리는 눈에 띄게 변한다. 가장 가까울 때 거리는 356000km이지만, 가장 멀 때의 거리는 407000km이다. 우리는 이 값을 다음 공식으로부터 계산할 수 있다.

$\rho = \frac{(1-e^2)}{1+e\cos(M'_m + E_c)}$은 달의 corrected anomaly이고, E_c는 equaton of the center에 대한 보정이다. e는 달 궤도의 이심률(0.054900)이고, a는 달 궤도의 장반경이다. 우리는 달까지의 거리를 달 궤도의 장반경으로 나누어 표시하기도 한다.

$\rho' = \frac{\rho}{a}$

θ_0는 달이 거리 a에 있을 때의 각지름이다. 이 값은 0.5181로 주어져 있다.

달의 지평시차는 달에서 측정된 지구의 각 반지름이다.



이 값은 다음과 같이 계산된다.

$$\pi = \frac{\pi_0}{\rho'}$$

월출과 월몰

이전에 우리는 적도 좌표값이 주어진 어떤 별이 뜨고 지는 시간을 계산했었다. 우리는 같은 방법을 달에 적용할 수 있다. 그러나 이 문제는 두 가지 요소 때문에 복잡하다. 첫째로, 달의 운동은 너무 빨라서 적경과 적위가 지속적으로 변한다. 달이 지는 순간을 찾기 위해서는 그 순간의 달의 좌표를 알아야 한다. 그러나 그것은 달이 지는 순간을 알아야 계산 가능하다. 이 문제를 해결하기 위해서는 같은 날의 두 시간의 좌표를 구하고 내삽을 통해 계산한다.

또다른 문제는 달이 지구에 아주 가깝다는 것이다. 우리가 작업하는 좌표계는 지구의 중심을 가정한다. 그러나 우리가 지구의 표면에 있게 되면, 달의 좌표는 약간 바뀐다. 이 영향은 시차(parallax)라고 불린다. 달의 경우에, 시차는 거의 1도에 가까울 때도 있다. 우리는 시차의 영향을 계산하는 방법을 이전에 알아보았다. 이것을 고려하고, 대기의 굴절과, 달의 크기까지 고려해서 우리는 월출과 월몰 시간을 구할 것이다.

우리는 먼저 그 날 새벽 0시(GST1)의 달의 적경과 적위를 구한다. 그 다음 달의 시간당 움직임 계산법을 이용해 그 날 낮 12시(GST2)의 적경과 적위를 구한다. 그 좌표들을 $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$라고 하고, 달의 뜨고 지는 순간을 구해보면

$$GST = \frac{(12.03 \times GST1) - T00 \times (GST2 - GST1)}{12.03 + GST1 - GST2}$$

이 때 T00는 그날 UT 0시의 Greenwich sidreal time이다. 마지막으로 우리는 대기의 굴절, 달의 크기, 그리고 시차를 고려해 주어야 한다. 이것은 이전에 일출과 일몰 시간을 계산할 때와 마찬가지 방법으로 한다.